Глава 9. Прямые

Мы изучили в Главе 5 «Введение в гоночную траекторию» что пилот может потерять очень много времени используя не очень хорошую траекторию прохождения поворота. Так на автомобиле шириной 2 м. на трассе шириной 3 м. за счёт неправильной траектории можно потерять 0,16 секунды в одном простом правом повороте. В этой главе мы расширим анализ гоночной траектории нашего тестового автомобиля на прямые. Часто говорят на треке самый важный поворот это тот, за которым следует самая длинная прямая. Давайте посмотрим насколько это важно. Мы рассчитаем, сколько времени займет прохождение прямой в зависимости от скорости входа на эту прямую.

Математическая модель движения по прямой следует из второго закона Ньютона:

$$F = ma \ (1)$$

где F - это сила которая действует на автомобиль, m – масса автомобиля, a – ускорение автомобиля.

Наша задача решить это уравнение, чтобы получить время как функцию расстояния прямой. Для начала мы возьмем таблицу, в которой можно увидеть, сколько времени будет затрачено на преодоления определенного расстояния. Мы можем построить такую таблицу на листе бумаги или воспользоваться программой электронных таблиц.

Для решения уравнения (1), сначала обратим его

$$a = \frac{F}{m} \ (2)$$

a, ускорение, показывает динамику изменения скорости во времени. Производная это отношения небольшого приращения скорости к небольшому отрезку времени за который эти изменения произошли. Давайте, допустим, что первый столбик времени у нас уже заполнен. Время начинается с 0 и возрастает всегда на одну и ту же величину, скажем, на 0,05 сек. Физики называют такое небольшое приращение «шаг интегрирования». Решение уравнений с постоянным шагом интегрирования это вполне нормальная практика. Иногда бывает необходимо изменять шаг интеграции, но для нашей задачи у нас нет для этого никаких причин. Давайте обозначим шаг интегрирования Δt. Если мы обозначим время в i-той строчке t_i, то в любой строчке, исключая первую

$$\Delta t = t_i - t_{i-1} = const \ (3)$$

Обозначим другой столбец скорость, и обозначим скорость в i-той строчке v_i. Для любой строчки, исключая первую выражение (2) будет:

$$\frac{v_i - v_{i-1}}{\Delta t} = \frac{F}{m} \ (4)$$

Нам необходимо заполнить сверху вниз столбец со скоростью, для этого необходимо решить выражение (4) для v_i. Это даст нам формулу для расчета v_i при известном v_{i-1} для всех строчек, исключая первую. В первой строчку мы поместим скорость выхода на прямую, от которой, и будут вестись все дальнейшие расчеты. Мы получили:

$$v_i = v_{i-1} + \frac{\Delta t F}{m} \ (5)$$

Назовем следующий столбец расстояние, и обозначим его x_i. Также как и ускорение это скорость приращения скорости, скорость это скорость приращения расстояния (суть вторая и первая производные dx/dt). Так же как и раньше запишем:

$$v_i = \frac{x_i + x_{i-1}}{\Delta t} \ (6)$$

Решив это уравнение для x_i получим:

$$x_i = x_{i-1} + \Delta t v_i \ (7)$$

Уравнение (7) дает нам формулу для вычисления расстояния по времени имея значение предыдущего расстояния (x_{i-1}) и скорости рассчитанной по выражению (5). Физики бы сказали, что теперь мы имеем схему для интегрирования уравнений движения. Осталась пропущена небольшая деталь. Какова будет сила *F*? Всё до этого момента относилось к кинематике. Но реальное моделирование начнется только сейчас с формул для расчета силы. Для этого мы должны вспомнить все, что было в прошлых главах. Давайте обозначим следующий столбец сила, и добавим ещё несколько столбцов лобовое сопротивление, сопротивления качению, крутящий момент двигателя, обороты двигателя, обороты колеса, передаточное отношение шестерней скорости, передаточное отношение шестерней главной пары, момент на колесе и разгоняющая сила. Как вы видите, мы получим достаточно полную модель ускорения по прямой. Нам потребуются несколько постоянных величин:

Постоянная величина	Обозначение	Пример
Передаточное отношение главной пары	R	3.07
Плотность воздуха	P	1.29 кг/м^3
Коэффициент лобового сопротивления	C_d	0.30
Площадь поперечного сечения	A	1.86 м^2
Диаметр колеса	d	0.66 м
Сопротивление качению	r_r	0,94 Н*м/сек
Масса автомобиля	m	1456 кг.
Передаточное отношение 1 передачи	g_1	2.88
Передаточное отношение 2 передачи	g_2	1.91
Передаточное отношение 3 передачи	g_3	1.33
Передаточное отношение 4 передачи	g_4	1.00

и несколько переменных величин

Переменная величина	Обозначение	Пример
Крутящий момент двигателя	T_E	447 Н*м
Сила аэродинамического сопротивления	F_d	200 Н*м
Сопротивление качению	F_r	240 Н*м
Обороты двигателя	E	4000 мин$^{-1}$
Обороты колеса	W	680 мин$^{-1}$
Крутящий момент на колесе	T_W	267 Н*м
Сила на колесе	F_W	8070 Н
Равнодействующая сила	F	7620 Н

Все значения, приведенные для примера, соответствуют последней модели Corvette.

Основное уравнение моделирования заключается в том, что сила, которую мы можем использовать для разгона - это сила вращения переданная на колеса минус силы сопротивления.

$$F = F_W - F_d - F_r \ (8)$$

Сила лобового сопротивления воздуха рассмотрена в главе 6:

$$F_d = \frac{1}{2} C_d A \rho v_i^2 \quad (9)$$

Отметим, что для расчета силы на строчке *i* мы можем использовать скорость с этой же строчки. Эта сила пойдет на расчет ускорения на строчке *i*, которое в свою очередь будет использовано для расчета скорости и расстояния на строчке *i+1* по выражениям (5) и (7). Эти два выражения представляют только обратные ссылки, которые нам и нужны. Так единственным параметром ввода для интегрирования будет начальное расстояние и начальная скорость v_0.

Сопротивление качению приблизительно будет пропорционально скорости:

$$F_r = r_r v_i = 0.696 v_i \quad (10)$$

Это приближение главный источник погрешности в нашей модели. Я получил r_r из брошуры Corvette. Оттуда 8.2л.с. требуется для преодоления сопротивлению качения на скорости 90км/ч. Больше данных у меня нет, поэтому с некоторым сомнением будем использовать эту цифру.

И в итоге мы должны рассчитать разгоняющую силу действующую от земли на машину в ответ на силу направленную двигателем и передающуюся трансмиссией:

$$F_W = \frac{T_E R g_k}{d/2} \quad (11)$$

Это уравнение просто описывает что мы берем крутящий момент двигателя умноженный на передаточное отношение главной пары и передаточное отношение k-той передачи, в итоге получится крутящий момент на колесах T_W который следует разделить на радиус колеса, то есть половину диаметра d/2. Подробно это расписано в главе 3.

Для того чтобы рассчитать разгоняющую силу мы должны определится какая передача включена. Логически это можно рассчитать по скорости.

$$W = 60 \frac{\sec}{\min} \frac{v_i}{g_k d} \quad (12)$$

Из этого уравнения мы можем узнать обороты двигателя $E = WRg_k$.

На каждом шаге интегрирования мы должны смотреть текущую скорость и обороты и проверять «прошел ли уже пик крутящего момента двигателя» Если «да», мы должны переключить скорость вверх, если это возможно. Без особых оснований мы принимаем пик момента на 4200 оборотов/мин. Продолжая упрощать, принимаем момент двигателя постоянной величиной равной 447 Н*м. Для того чтобы сделать модель более реалистичной следует использовать величину момента, взятую из кривой зависимости крутящего момента двигателя от оборотов. Наше упрощение не очень критично, оно просто искусственно увеличит скорость и уменьшит время прохождения дистанции. Другое важное улучшение это проверка пробуксовки колес, так если ускорение меньше чем примерно 0,5g значит, следует «поднять ногу с педали газа».

Теперь у нас есть все необходимые средства для расчета времени необходимого для преодоления прямой с заданной скоростью входа. Вы можете сделать необходимые вычисления на бумаге или проверить мои результаты данные ниже в программе электронных таблиц, например Lotus123 или MS Excel. Если Вы будете читать эту книгу дальше то увидите эти формулы в программе симуляции поведения автомобиля Scheme . Интегрирование уравнение движения на бумаге займет очень много времени, гораздо быстрей для этих целей использовать компьютер.

Для иллюстрации мы привели таблицу времени прохождения и скорости на выходе для прямых длинной 60 м. характерных для автокросса и 150 м. характерных для обычных гоночных треков. В таблице 1 мы показали скорости выхода и времени прохождения в зависимости от скорости входа меняющейся с 40 до 80 км/ч. Результаты также сведены на двух графиках (рис 1 и 2).

Таблица 1 Скорость на выходе и время прохождения прямых для разных значений скорсоти входа на прямую.

Скорость входа, км/ч	60 метров		150 метров	
	Скорость выхода, км/ч	Время прохождения, сек.	Скорость выхода, км/ч	Время прохождения, сек.
40	106,7	2,81	142,2	5,38
43	107,4	2,75	142,5	5,31
47	108,4	2,67	143	5,22
50	109,3	2,61	143,5	5,15
55	110,9	2,53	144,2	5,04
63	113,5	2,39	145,5	4,88
70	116,1	2,29	146,9	4,75
80	119,5	2,16	149,3	4,56

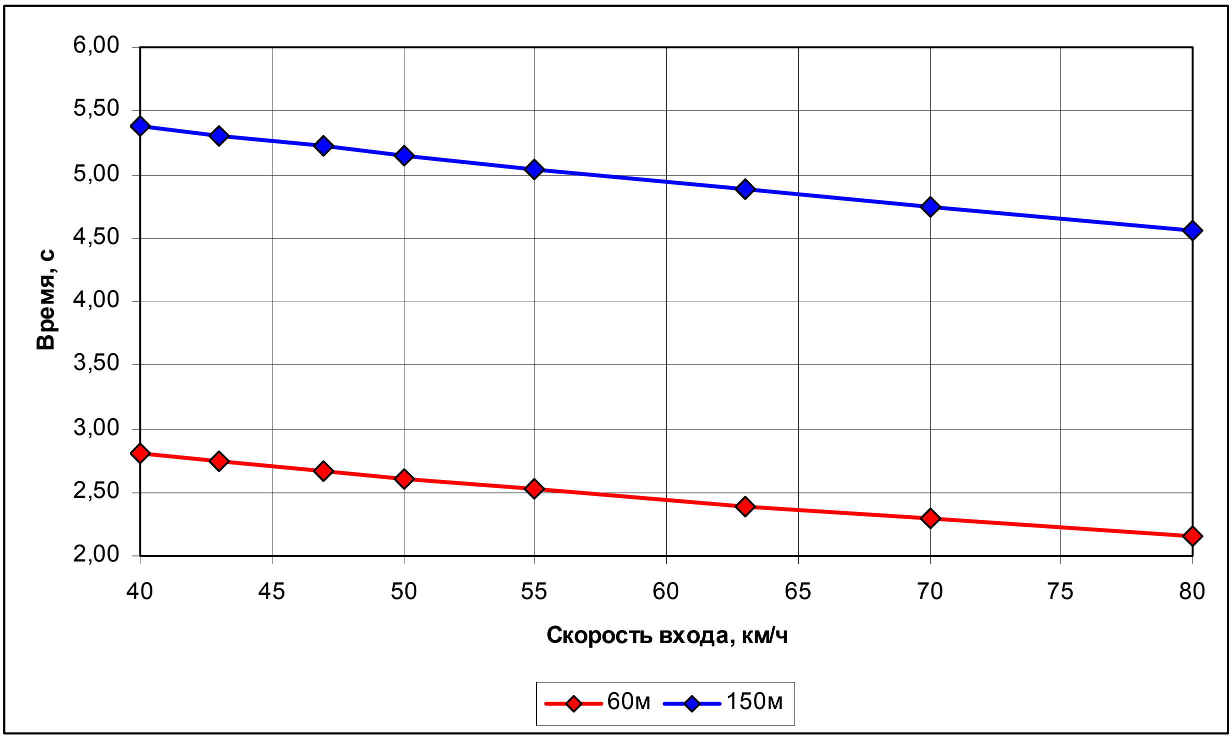

Рис 1. График зависимости времени прохождения от скорости на входе для прямых длиной 60 и 150 метров.

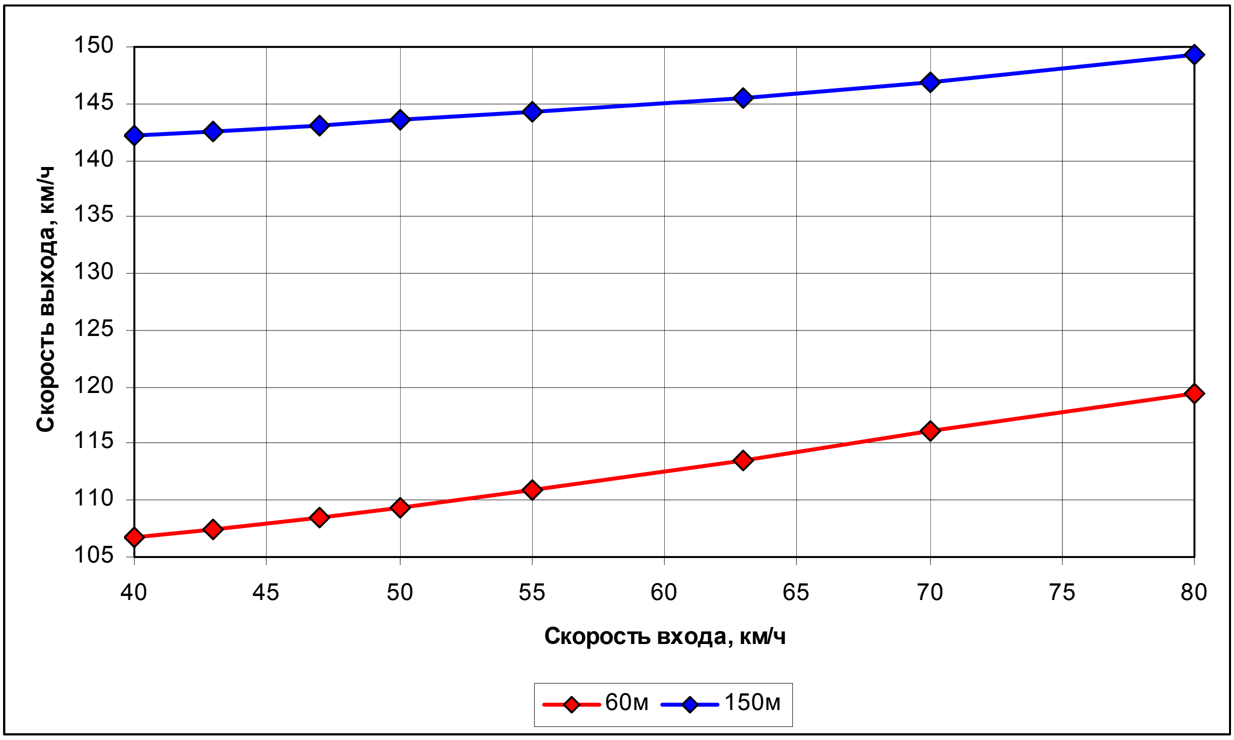

Рис 2. График зависимости скорости на выходе от скорости на входе для прямых длинной 60 и 150 метров

Итак, наиболее важные выводы из полученных данных следующие. Разница между временами прохождения 60 м. прямой со скоростями входа 40 и 43 км/ч составляет всего 0,06 сек. Не так много как я ожидал. Разница во времени между входом 40 и 50 км/ч составила около 0,2 сек. Опять не очень много. Разница в скорости на выходе между входом 40 и 80 км/ч составляет всего около 13 км/ч.

Этот анализ даст более ощутимые различия для машины с крутящим моментом меньшим чем на Corvette с 447Н*м. С таким моментом потеря времени при низкой скорости входа будет не такой большой как на обычной машине, на которой набрать скорость после ошибки в повороте будет гораздо сложней.

Анализ ещё можно улучшить, используя кривую зависимости крутящего момента от оборотов и учетом пробуксовки колес на низших передачах.