

## Глава 13. Переходы

Очевидно, управляемость крайне важна для любой гоночной машины. Для автокроссовой машины она критична. Машина с плохой управляемостью и с большой мощностью не покажет хороший результат на обычной трассе для автокросса. Miata или CRX обычно быстрее чем мускул-кары 60-х годов несмотря на то, что имеют в 4-5 раз меньшую мощность. Мускул-кары это машины очень мощные и они были спроектированы для ускорения по прямой без поворотов.

В этой главе мы исследуем один аспект управляемости, это управляемость при переходных процессах или короткоживущие (short-lived) силы. Обычно в мотоспорте слово переходы применяют для короткоживущих поперечных сил, в противовес силам торможения и разгона. В более широком смысле так называют все короткоживущие силы.

Переходы явно проявлены в автокроссе. Возможно, лучшим примером переходов в автокроссе является змейка, на которой пилот и машина должны очень быстро поворачивать налево, потом направо и снова налево и т.д. На многих трассах также встречаются эски, шиканы, и другие вариации виражей на эту же тему. Все они требуют быстрой ответной реакции на переходы. Некоторые спортивные машины, например Elan, MR2 и X1/9 спроектированы так чтобы иметь быструю реакцию. Это достигается из-за небольшого веса машин и их низкого момента инерции. Главная цель этой главы объяснить, что такое момент инерции.

Большинство инженерных решений это компромиссы, и быстрая реакция машины это не исключение. Малый вес - подразумевает небольшой двигатель. Маленький момент инерции означает главным образом перемещение двигателя насколько это возможно близко к центру масс. Поэтому большинство автомобилей с быстрой реакцией это среднемоторные машины на которых размер двигателя очень ограничен. Размер двигателя это другой компромисс: цена против мощности. Маленькие двигатели это в основном маломощные агрегаты. Самый дешевый способ получить мощный двигатель – увеличение размера. Большой американский V8 может недорого предоставить 400-500 Н\*м момента. Получить такой же момент от 1.6л четырехцилиндрового двигателя будет очень дорого и переведет вас в класс подготовленных или модернизированных автомобилей. Большой двигатель будет тяжелее, а для его поддержки потребуется более мощная (и тяжелая) подвеска. Поэтому дешевый способ получить много мощности подразумевает жертвование реакцией машины при переходах. Типичный пример таких автомобилей это Corvette и Camaro. Основное правило для таких автомобилей - выбросить машину из поворота как можно быстрее используя имеющуюся мощность.

Итак, мы можем разделить спортивные автомобили на два вида: легкие машины с быстрой реакцией и тяжелые машины с большой тягой. Некоторые автомобили находятся на границе и являются и легковесными с малым моментом инерции и мощными. Такие автомобили очень дороги, поскольку для преодоления фундаментальных автомобильных компромиссов в них приходится применять экзотические материалы и большое количество инженерных затрат. Обычный автомобиль либо мощный, либо легкий. Нельзя сказать какие автомобили лучше, и теми и другими управлять интересно. На некоторых трассах быстрее будут автомобили с быстрой реакцией, на других V8 будут непобедимы. К счастью обычно эти автомобили разделены на разные классы.

Давайте вернемся к обсуждению физики. Что такое реакция в переходах и как она связана с моментом инерции?

Любое тело будет сопротивляться изменению состояния движения. Если тело не движется, оно будет сопротивляться разгону. Если тело движется, оно будет сопротивляться

изменению направления или остановке. Это сопротивление, в общем, называется инерция. При прямолинейном движении инерция имеет только один параметр – массу. Управляемость же касается поворотов, поэтому не относится к прямолинейному движению.

Поворот это изменение направления движения автомобиля, Для того чтобы изменить направление движения мы должны изменить направление автомобиля. Для этого мы должны повернуть его. Автомобиль будет сопротивляться повороту, поскольку различные его части будут сопротивляться изменению движения. Давайте предположим, что мы будем поворачивать направо, и крутить автомобиль по часовой стрелке. Элементы подвески, кузова, кабели, двигатель всё в передней части автомобиля будет сопротивляться отклонению вправо от прямолинейного движения, а элементы подвески, рамы, дифференциал, бензобак и т.д. в задней части машины будет сопротивляться движению влево от прямолинейного. С этой точки зрения мы можем обозначить инерционное сопротивление вращению удобной величиной – момент инерции, которая следует из простого двумерного анализа. Трёхмерный анализ схож но математически более сложен.

Движение тела в общем можно рассматривать как движение центра масс, а вращение тела будет происходить вокруг этого центра масс. Это означает, что для того чтобы делать расчеты для поворота мы должны применять второй закон Ньютона  $F = ma$ , дважды. Сначала мы применяем закон для всех масс в автомобиле с учетом их положения относительно фиксированной точки. Потом мы применяем закон индивидуально к каждой точке машины с учетом положения по отношению к центру масс во время движения.

Давайте сделаем список всех  $N$  частей машины. Давайте введем переменные  $i$  – счетчик,  $m_i$  – масса частей, их позиция на координатной оси  $X$  дороги  $x_i$ , их позиция на оси  $Y$  дороги –  $y_i$ . Мы свели форму представления положения в векторную, обозначая жирным  $\mathbf{r}_i$  для положения  $i$ -той части. Векторная форма позволяет нам не писать два или три набора уравнений для каждой координаты. Во многих случаях вектор может рассматриваться как число в символьной арифметике. Вектор должен будет разбит на составные части, когда необходимо будет выполнить численный расчет.

Положение (вектор)  $\mathbf{R}$  центра тяжести по отношению к земле это просто усредненное положение суммы масс всех частей машины:

$$\mathbf{R} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i \mathbf{r}_i}{M = \sum_{i=1}^N m_i} \quad (1)$$

Внешние силы, действующие на машину это тоже векторы, они имеют  $X$  составляющую и  $Y$  составляющую. Поэтому мы можем записать сумму всех сил символом  $\mathbf{F}$ . Подобно этому, скорость центра масс это тоже вектор. Это изменение  $\mathbf{R}$  через короткие промежутки времени  $dt$ , поделенные на время. Запишем:

$$\mathbf{V} = \frac{d\mathbf{R}}{dt} \quad (2)$$

Форма  $d/dt$  называется производная. Так ускорение это небольшое изменение скорости разделенное на время:

$$\mathbf{A} = \frac{d\mathbf{V}}{dt} = \frac{d^2\mathbf{R}}{dt^2} \quad (3)$$

Форма  $d^2/dt^2$  называется вторая переменная и это результат последовательного взятия двух переменных.

Тогда второй закон ньютона для центра масс будет следующим:

$$F = M \frac{d^2 R}{dt^2} \quad (4)$$

где  $M$  это общая масса всех частей машины. Просто да? Это дифференциальное уравнение и теоретическая физика переполнена описаниями с такими уравнениями.. В этом случае решение это нахождение  $R$  при данных  $M$  и  $F$ . Мы можем также упростить написание уравнения заменой времени (формы производной) точкой. Одна точка для первой переменной и две точки для второй переменной. Получим:

$$F = m\ddot{R} \quad (5)$$

Теперь рассмотрим части машины отдельно, во время поворота вокруг центра тяжести. Давайте запишем все переменные, измеренные относительно сетки координат привязанной к машине, так векторное положение  $i$ -той массы в нашем списке это  $r_i$ .

Мы можем не использовать векторы в двух измерениях, поскольку при вращении автомобиля вокруг своей оси расстояние каждой части автомобиля до центра масс не изменяется и каждая часть передвигается на тот же угол что и вся машина.

Давайте угол вращения машины и его координаты относительно земли обозначим  $\theta$ . В то время когда на каждую часть машины будут действовать силы,  $\theta$  будет двигаться по дуге вокруг центра масс. Небольшое приращение  $\theta$  запишем как  $d\theta$ . Каждая часть автомобиля будет двигаться перпендикулярно линии соединяющей эту часть с центром тяжести. А расстояние перемещения будет пропорционально расстоянию до центра масс автомобиля  $r_i$  (число, не вектор) умноженный на небольшое приращение угла  $d\theta$ . Разделив это на небольшое приращение во времени, которым измеряется движение, мы получим скорость каждой отдельной части

$$\bar{v} = \bar{r}_i \frac{d\theta}{dt} = \bar{r}_i \dot{\theta} \quad (6)$$

Теперь легко применить второй закон Ньютона. Уравняем силу  $i$ -той части  $F_i$  к массе части умноженной на ускорение этой части

$$\bar{F}_i = m_i \bar{r}_i \ddot{\theta} \quad (7)$$

Мы почти закончили с математикой. Если мы умножим обе части выражения (7) на  $r_i$ , то левая часть выражения станет крутящим моментом  $i$ -той части машины вокруг центра тяжести.

$$\bar{\Lambda}_i = \bar{r}_i \bar{F}_i = m_i \bar{r}_i^2 \ddot{\theta} \quad (8)$$

Итак, если мы просуммируем выражения по всем частям нашего списка, то получим:

$$\bar{\Lambda}_i = \left( \sum_{i=1}^N m_i \bar{r}_i^2 \right) \ddot{\theta} \quad (9)$$

Заметим, что все части машины будут иметь одну и ту же  $\ddot{\theta}$ . Обозначим  $\sum m_i \bar{r}_i^2$  символом  $I$  чтобы привести уравнение (9) к виду похожому на второй закон Ньютона.

$$\bar{L} = \bar{I} \ddot{\theta} \quad (10)$$

Физики любят находить формальные сходства между различными формулами, потому что они могут использовать одинаковые математические приемы для их решения. Сходства также помогают найти глубокие связи во Вселенной.

Как вы уже поняли  $\bar{I} = \sum m_i \bar{r}_i^2$  это момент инерции. Для того чтобы его рассчитать для определенной машины, мы должны взять все её составные части, измерить их массу и квадрат расстояния до центра тяжести машины помножить их и сложить. На практике осуществить это очень сложно. Фактически момент инерции измеряют, экспериментально воздействуя на автомобиль заданным крутящим моментом и измеряя скорость вращения.

Также можно увидеть, что ускорение вращения обратно пропорционально  $I$ . Так мы возвращаемся назад к вопросу, почему машины с низким моментом инерции отзываются гораздо быстрее на переходах чем машины с большим моментом инерции. Машины с низким моментом инерции спроектированы так, что самые тяжелые элементы, главным образом двигатель, расположены настолько близко к центру масс, насколько это возможно. Перемещение двигателя даже на несколько десятков сантиметров может значительно увеличить момент инерции, поскольку он зависит от квадрата расстояния. Поскольку уравнение (10) это формальный аналог второго закона Ньютона, аналогично следствия справедливы и для него. Машина с небольшой массой будет быстрее реагировать на силы, меняющие прямолинейное движение также как машины с низким моментом инерции будут быстро реагировать на изменения во вращательном движении.

Зачем тогда делают автомобили с большим моментом инерции? Только для того чтобы поставить туда мощный двигатель, который может быть размещен далеко от центра масс. Итак, делайте выбор взять автомобиль с низким моментом инерции, который будет отзываться очень быстро и отказаться от мощности или выбрать машину с огромным двигателем и отказаться от остроты управляемости.